Prof. Dr. Alfred Toth

Zur Arithmetik ontischer Einbettung I

1. Wie bekannt (vgl. Toth 2015a, b), beruht die klassische Peano-Arithmetik (wie natürlich die gesamte quantitative Mathematik) auf dem Grundschema der zweiwertigen aristotelischen Logik, $L = [0, 1]$, darin die Werte nicht nur vermöge des Satzes vom Ausgeschlossenen Dritten unvermittelt sein müssen, sondern worin sie aus diesem Grunde auch in keinem Abhängigkeitsverhältnis zueinander bzw. voneinander stehen dürfen. 0 und 1 sind somit juxtaponiert und können daher beliebig ausgetauscht werden (vgl. Günther 2000, S. 230 f.), d.h. sie sind spiegelbildlich. Man kann nun allerdings, ohne einen materialen dritten Wert einzuführen, mittels der Einführung eines Einbettungsoperators E die beiden Werte in ein Abhängigkeitsverhältnis setzen, d.h. es gilt entweder $0 = f(1)$ oder $1 = f(0)$. Da E iterierbar ist, kann arithmetische Einbettung mehr-stufig sein, d.h. eine Zahl kann n-fach eingebettet sein mit $n \geqq 0$. In einer solchen Arithmetik stellen also die Peanozahlen den Spezialfall für $n = 0$ dar.

2. Grundtypen einer 3-stufigen Arithmetik

2.1. 0-stufige Einbettung

Die Folge der Peanozahlen ist linear, d.h. sie ist einem "Gänsemarsch" vergleichbar (vgl. Kronthaler 1990).

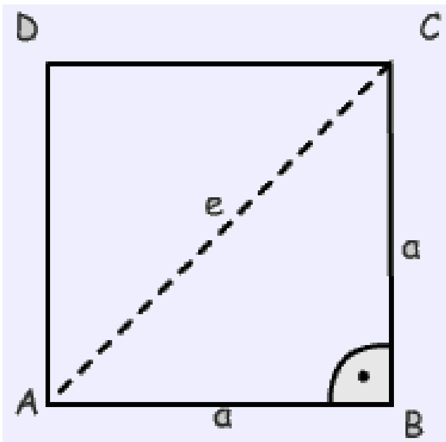
Für $n = 0$ gibt es somit nur eine Ordnung O.

2.1.1. $O = 1$

$S = [0, 1, 2]$

2.2. 1-stufige Einbettung

Für n = 1 wechselt die 1-dimensionale zu einer 2-dimensionalen Zählung. Diese betrifft allerdings nicht nur die Horizontale und die Vertikale, sondern auch die Diagonale, d.h. wir haben nun im Gegensatz zur einen und einzigen Peanozählweise bereits drei Zählarten.



2.2.1. O = (0, 1)

S = [[0], 1, 2]	S = [2, 1, [0]]
S = [0, [1], 2]	S = [2, [1], 0]
S = [0, 1, [2]]	S = [[2], 1, 0]

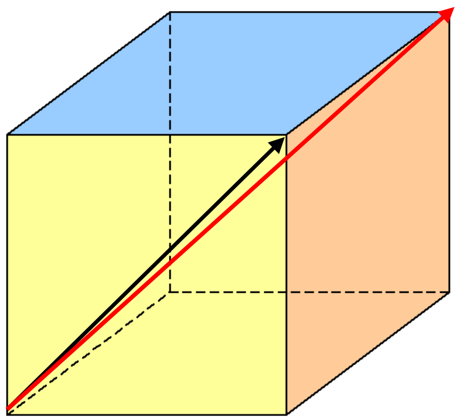
S = [[0, 1], 2]	S = [2, [1, 0]]
S = [0, [1, 2]]	S = [[2, 1], 0]
S = [[0], 1, [2]]	S = [[2], 1, [0]]

2.2.2. O = 1

S = [[0, 1, 2]]	S = [[2, 1, 0]]

2.3. 2-stufige Einbettung

Für n = 2 entstehen aus den 2-dimensionalen nun 3-dimensionale Zählarten. Man beachte, daß jede Seite des Kubus natürlich den Fall n = 1 repräsentiert, d.h. die drei 2-dimensionalen Zählarten sind in den 3-dimensionalen enthalten. Während der schwarze Pfeil eine 1-stufige Einbettung beinhaltet, beinhaltet der rote Pfeil eine 2-stufige Einbettung.



2.3.1. O = 2

S = [[[0, 1, 2]]]

2.3.2. O = (2, 0)

S = [[[0]], 1, 2]　　S = [2, 1, [[0]]]

S = [0, [[1]], 2]　　S = [2, [[1]], 0]

S = [0, 1, [[2]]]　　S = [[[2]], 1, 0]

S = [[[0, 1]], 2]　　S = [2, [[1, 0]]]

S = [0, [[1, 2]]]　　S = [[[2, 1]], 0]

S = [[[0]], 1, [[2]]]　　S = [[[2]], 1, [[0]]]

2.3.3. O = (2, 1)

S = [[[0]], [1], [2]]　　S = [[2], [1], [[0]]]

S = [[[1]], [0], [2]]   S = [[2], [0], [[1]]]

S = [[[2], [0], [1]]   S = [[1], [0], [[2]]]

S = [[[0, 1]], [2]]   S = [[2], [[1, 0]]]

S = [[[0, 2]], [1]]   S = [[1], [[2, 0]]]

S = [[[1, 2]], [0]]   S = [[0], [[2, 1]]]

2.3.4. O = (2, 1, 0)

S = [[[0]], [1], 2]   S = [2, [1], [[0]]]

S = [[[1]], [0], 2]   S = [2, [0], [[1]]]

S = [[[2]], [0], 1]   S = [1, [0], [[2]]]

2.3.5. O = (2, 2, 0)

S = [[[0]], [[1]], 2]   S = [2, [[1]], [[0]]]

S = [[[1]], [[0]], 2]   S = [2, [[0]], [[1]]]

S = [[[2]], [[0]], 1]   S = [1, [[0]], [[2]]]

2.3.6. O = (2, 2, 1)

S = [[[0]], [[1]], [2]]   S = [[2], [[1]], [[0]]]

S = [[[1]], [[0]], [2]]   S = [[2], [[0]], [[1]]]

S = [[[2]], [[0]], [1]]   S = [[1], [[0]], [[2]]]

Literatur

Günther, Gotthard, Die amerikanische Apokalypse. München 2000

Kronthaler, Engelbert, Gänsemarsch und Seitensprünge, oder Die Addition von Kirchen und Krokodilen. In: Spuren 33, 1990, S. 56-62

Toth, Alfred, Peanozahlen und ihre ontischen Orte I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015a

Toth, Alfred, Zählen mit ortsfunktionalen Peanozahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015b

18.6.2015